Коляда Ю.В.,
кандидат фізико-математичних наук, доцент
Семашко К.А.,
аспірант, асистент
ДВНЗ «Київський національний економічний університет
ім. В. Гетьмана», м. Київ

«М'яке» моделювання співіснування легальної і тіньової економік суспільства

За своєю сутністю словосполучення «м'яке» моделювання відповідає якісному аналізу поведінки розв'язку системи диференційних рівнянь, її не інтегруючи [1].

Математична модель (ММ) співіснування легальної економіки (ЛЕ – змінна x_1) і тіньової економіки (ТЕ – змінна x_2) має вигляд

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1 x_1 - b_{12} x_1 x_2 - c_1 x_1^2 \\ \dot{x}_2 = a_2 x_2 + b_{21} x_2 x_1 - c_2 x_2^2 \end{cases} \quad (1)$$

де похідні $\dot{x}_i = \dot{x}_i(t)$ $(i = 1,2)$ відповідають швидкостям змінюваності обсягів двох типів економіки в межах одного суспільства; коефіцієнти a_i описують розвиток власних обсягів ЛЕ і ТЕ; скаляри b_{ij} $(i,j = 1,2; i \neq j)$ вказують на тип впливу між змінними; величини c_1 і c_2 біля нелінійностей визначають міру внутрішньої конкуренції для кожної економіки[2,ст.138].

Відповідно до техніки якісного дослідження [3] спершу шукають особливі точки ММ (1), прирівнюючи до нуля похідні:

$$x_1(a_1 + b_{12}x_2 - c_1x_1) = 0;$$

$$x_2(a_2 + b_{21}x_1 - c_2x_2) = 0.$$

Звідси випливає, що мають місце наступні чотири особливі точки: №1 – тривіальна з координатами $x_1 = x_2 = 0$; №2 – $(0; a_2/c_2)$; №3 – $(a_1/c_1; 0)$ і №4 як розв'язку лінійної системи алгебраїчних рівнянь (СЛАР)

$$\begin{cases} c_1x_1 - b_{12}x_2 = a_1 \\ -b_{21}x_1 + c_2x_2 = a_2. \end{cases}$$

Дослідження типів рівноважних станів вимагає знання функціональної матриці Якобі (частинних похідних правої частини диференційної системи (1)), яка для ММ (1) записується:

$$\mathcal{J}(\cdot) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1(\cdot)}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1(\cdot)}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial f_2(\cdot)}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2(\cdot)}{\partial x_2} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} a_1 + b_{12}x_2 - 2c_1x_1 & b_{12}x_1 \\ b_{21}x_2 & a_2 + b_{21}x_1 - 2c_2x_2 \end{pmatrix}$$

Вона обчислюється в кожній особливій точці.

Кваліфікація типу особливої точки здійснюється, використовуючи слід $Sp\mathcal{J}$ і визначник $det\mathcal{J}$ матриці Якобі:

$SpJ = a_1 + b_{12}x_2 - 2c_1x_1 + a_2 + b_{21}x_1 - 2c_2x_2$ є сума елементів головної діагоналі;

$$detJ = a_1a_2 + x_1(a_1b_{21} - 2c_1a_2) + x_2(-2a_1c_2 + a_2b_{12}) + x_2x_1 \cdot 4c_1c_2 - 2c_2b_{12}x_2^2 - 2c_1b_{21}x_1^2$$

Можливі три варіанти співіснування ЛЕ і ТЕ, а саме: так зване «співробітництво», коли вони існують, незважаючи на заходи влади стосовно ТЕ; стан конкуренції, викликаної негативним взаємовпливом (антагонізмом цих різновидів економіки). Ідеальний варіант – придушення ТЕ (її обсягу у суспільстві) як результат взаємодії з ЛЕ.

Розглянемо варіант, коли обидві економіки розвиваються: змінна x_1 негативно впливає на x_2, але остання позитивно діє на першу. Для цього числові коефіцієнти моделі приймають значення: $a_1 = a_2 = 1$; $b_{12} = 1$ і $b_{21} = -1$, що не применшує загальності результату. Особливі точки тоді записуються: №1 – (0;0); №2 – (0; $1/c_2$); №3 – ($1/c_1$;0). Для точки №4 маємо СЛАР

$\begin{cases} c_1x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + c_2x_2 = 1 \end{cases}$, розв'язок якої є $\left(\frac{c_2+1}{1+c_1c_2}; \frac{c_1-1}{1+c_1c_2}\right)$. Звідси випливає умова $c_1 > 1$, оскільки за змістом задачі розглядається перша координатна четверть.

Отже, тривіальна точка є нестійкий вузол або фокус, оскільки $SpJ_1(\cdot) > 0$ і $detJ_1 > 0$ [3,ст.99].

Для другої особливої точки (0; $1/c_2$) мають місце вирази $SpJ_2 = 1/c_2 > 0$; $detJ_2 = (-1 - 1/c_2) < 0$, що кваліфікується як сідло, користуючись діаграмою [3,ст.99].

У випадку третьої особливої точки ($1/c_1$; 0): $SpJ_3 = 1/c_1 > 0$;

$detJ_3 = (-1 + 1/c_1) < 0$ і має місце сідло – нестійка точка рівноваги.

Для четвертої особливої точки: $SpJ_4 = \frac{-c_1(1+c_2)+c_2(1-c_1)}{1+c_1c_2} < 0$, зважаючи на умову $c_1 > 1$. Знак визначника $detJ_4$ регулюється числовим параметром c_2. Згідно діаграми [3,ст.99] про типи особливих точок залежно від сліда і визначника матриці Якобі може спостерігатися наявність стійкого вузла (фокуса) для $detJ_4 > 0$ і сідла – для $detJ_4 < 0$.

Залежно від типу особливої (стаціонарної, нерухомої) точки у її околі можуть відбуватися наступні рухи – поведінки інтегральної кривої (розв'язку) ММ (1): а)для стійкого вузла спостерігається аперіодичні рухи, коли процес моделювання прагне вернутися до початкового стану рівноваги; б)у випадку нестійкого вузла після збурення процес моделювання віддаляється від рівноважного стану; в)стійкому фокусу відповідають стійкі періодичні затухаючі коливання і навпаки у випадку нестійкого фокуса; г)нестійкому режиму сідлового типу з-за певних умов можуть відповідати два нових положення рівноваги: як тільки система вибирає одне з них, що визначається початковими умовами, то перебуває в ньому досить довго; це так звана тригерна система; д)випадку центр (SpJ=0 і $detJ > 0$) відповідають стійкі періодичні незатухаючі коливання.

Нестійкості викликають особливий інтерес, оскільки з точки зору синергетики вони сприяють переходу від старого до нового способу співіснування ЛЕ і ТЕ.

«М'яке» моделювання передує кількісному аналізу дослідження економічного явища, процесу, об'єкта.

Література:

1. Самарский А.А. Математическоемоделирование: Идеи. Методы. Примеры/ А.А.Самарский, А.П.Михайлов. – 2-е узд., испр. – М.:Физматлит, 2005. – 320с.

2. Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці. Матеріали II Міжнародної науково-методичної конференції. – Чернівці:ДрукАрт, 2011. – 336с.

3. Коляда Ю.В. Адаптивна парадигма моделювання економічної динаміки/ Ю.В. Коляда: монографія. - К: КНЕУ, 2011.-297с

Коноваленко Т.В.
Науковий керівник: Іванова Н.С.,
кандидат економічних наук
Криворізький факультет ДВНЗ «Запорізький національний університет»
м. Кривий Ріг

Побудова і обчислення множинної лінійної регресійної моделі для оцінки прогнозних показників витрат підприємства

Для дослідження лінійної залежності результативної ознаки *Y* від восьми факторних ознак – регресорів, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, за числовими даними, зібраними за 12 періодів, побудовано множинну лінійну регресійну модель.

Множинна регресія – це рівняння статистичного зв'язку з декількома незалежними змінними:

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_p), \quad (1)$$

В лінійній множинній регресії коефіцієнти при X_i характеризують середню зміну результату із зміною відповідного фактору на одиницю при незмінних значеннях інших факторів, закріплених на середньому рівні.

Множинна регресія призначена для аналізу зв'язку між декількома незалежними змінними і залежною змінною.